**федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Мордовский государственный педагогический университет имени М.Е. Евсевьева»**

Физико-математический факультет

Кафедра математики и методики обучения математике

# РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Наименование дисциплины (модуля): Алгебра и теория чисел

Уровень ОПОП: Бакалавриат

Направление подготовки: 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Профиль подготовки: Математика. Информатика

Форма обучения: Очная

Разработчики:
Ладошкин М. В., канд. физ.-мат. наук, доцент
Храмова Н. А., канд. физ.-мат. наук, доцент

Программа рассмотрена и утверждена на заседании кафедры, протокол № 10 от 24.05.2017 года

Зав. кафедрой _ _____Ладошкин М. В.

Программа с обновлениями рассмотрена и утверждена на заседании кафедры, протокол № 1 от 31.08.2020 года

Зав. кафедрой _ _____Ладошкин М. В.

## *1.* Цель и задачи изучения дисциплины

Цель изучения дисциплины - воспитание общей алгебраической и теоретико-числовой культуры, необходимой будущему учителю математики для глубокого понимания целей и задач обучения в системе среднего образования с учетом содержательной специфики курсов «Математика», «Алгебра и начала анализа», «Геометрия»; видение логических и содержательно-методических связей в предметной математической области; пробуждение интереса к проблемам обучения алгебре и теории чисел; подготовка к профессиональной деятельности.

Задачи дисциплины:

- систематическое изучение наиболее важных типов алгебраических систем, в частности, групп, колец, полей, векторных пространств;
- рассмотрение одних из важнейших примеров колец – кольца классов вычетов и кольца многочленов от одной переменной над полем, выяснение их важнейших свойств;
- решение проблемы делимости в кольце целых чисел и в кольце многочленов от одной переменной над полем;
- формирование навыков решения сравнений и применения их к арифметическим задачам;
- решение проблемы существования корней многочленов над полем.

## *2.* Место дисциплины в структуре ОПОП ВО

Дисциплина Б1.В.07 «Алгебра» относится к вариативной части учебного плана.

Дисциплина изучается на 1, 2 курсе, в 2, 3, 4 семестрах.

Для изучения дисциплины требуется: знание основных алгебраических структур, действий над матрицами, элементов линейной алгебры и теории линейных алгебраических систем, владение материалом школьного курса "Алгебры и начал математического анализа"

Изучению дисциплины Б1.В.07 «Алгебра и теория чисел» предшествует освоение дисциплин (практик):

Б1.В.20 Вводный курс математики.

Освоение дисциплины Б1.В.07 «Алгебра и теория чисел» является необходимой основой для последующего изучения дисциплин (практик):

Б1.В.09 Компьютерная алгебра;

Б1.В.11 Математическое моделирование;

Б1.В.ДВ.17.01 Общая теория линейных операторов и ее приложение к решению геометрических задач;

Б1.В.ДВ.18.01 Основные направления развития топологии;

Б1.В.ДВ.09.01 Методы аксиоматического построения алгебраических систем.

Область профессиональной деятельности, на которую ориентирует дисциплина «Алгебра и теория чисел», включает: образование, социальную сферу, культуру.

Освоение дисциплины готовит к работе со следующими объектами профессиональной деятельности:

- обучение;
- воспитание;
- развитие;
- просвещение;
- образовательные системы.

В процессе изучения дисциплины студент готовится к видам профессиональной деятельности и решению профессиональных задач, предусмотренных ФГОС ВО и учебным планом.

## *3.* Требования к результатам освоения дисциплины

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование компетенций и трудовых функций (профессиональный стандарт Педагог (педагогическая деятельность в дошкольном, начальном общем, основном общем, среднем общем образовании) (воспитатель, учитель), утвержден приказом Министерства труда и социальной защиты №544н от 18.10.2013).

Выпускник должен обладать следующими профессиональными компетенциями (ПК) в соответствии с видами деятельности:

| ***ПК-1. готовностью реализовывать образовательные программы по учебным предметам в соответствии с требованиями образовательных стандартов*** | |
|---|---|
| ПК-1 готовностью реализовывать образовательные программы по учебным предметам в соответствии с требованиями образовательных стандартов | знать:<br>- понятие группы и подгруппы;<br>- понятие гомоморфизма и изоморфизма групп, ядра и образа гомоморфного отображения группы в группу;<br>- понятие кольца, области целостности, подкольца;<br>уметь:<br>- проверять возможные свойства алгебраической операции, алгебраической системы (группы, кольца, поля) и их таблиц Кэли, а также проверять гомоморфность (изоморфность) конкретного отображения систем;<br>- проверять делимость чисел и многочленов;<br>- применять сравнения к решению задач на делимость, проверку арифметических действий, нахождение длины периода систематической дроби;<br>владеть:<br>- методами решения базовых теоретико-числовых и алгебраических задач. |
| ***ПК-9. способностью проектировать индивидуальные образовательные маршруты обучающихся*** | |
| ПК-9 способностью проектировать индивидуальные образовательные маршруты обучающихся | знать:<br>- методы решения уравнений в целых числах;<br>- правила работы с комплексными числами;<br>уметь:<br>- определять тематику исследовательских и проектных работ по алгебре;<br>- применять теорию многочленов к решению задач школьного курса и задач повышенного уровня сложности;<br>владеть:<br>- приемами нахождения наибольшего делителя и наименьшего общего кратного многочленов;- методами определения корней кубического и уравнения и уравнений четвертой степени. |

### *4.* Объем дисциплины и виды учебной работы

| Вид учебной работы | Всего часов | Второй семестр | Третий семестр | Четвертый семестр |
|---|---|---|---|---|
| **Контактная работа (всего)** | **122** | **54** | **36** | **32** |
| Лекции | 52 | 18 | 18 | 16 |
| Практические занятия | 70 | 36 | 18 | 16 |
| **Самостоятельная работа (всего)** | **54** | **70** | **24** | **20** |
| **Виды промежуточной аттестации** | | | | |
| Экзамен | | **20** | **12** | **20** |
| **Общая трудоемкость часы** | **288** | **144** | **72** | **72** |
| **Общая трудоемкость зачетные единицы** | **8** | **4** | **2** | **2** |

### 5.Содержание дисциплины

### 5.1.Содержание модулей дисциплины

**Модуль 1. Линейные пространства:**

Линейные пространства. Базис в сумме и пересечении линейных подпространств. Матрица перехода к новому базису. Преобразование координат вектора при переходе к новому базису. Линейные операторы.

**Модуль 2. Основные алгебраические структуры:**

Группы. Подгруппы. Комплексные числа. Тригонометрическая форма записи комплексного числа.

**Модуль 3. Экзамен:**

Обобщение изученного материала по 2 семестру.

**Модуль 4. Теория делимости:**

Кольцо целых чисел. НОД и НОК целых чисел. Подходящие и цепные дроби. Признаки делимости.

**Модуль 5. Теория сравнений:**

Понятие сравнения. Сравнения высших степеней. Системы сравнений. Теоремы Эйлера и Ферма. Обобщение изученного материала по 2 семестру.

**Модуль 6. Экзамен:**

Обобщение и систематизация материала.

**Модуль 7. Многочлены от одной переменной:**

Кольцо многочленов от одной переменной. Теорема о делении с остатком в кольце многочленов. Метод отделения корней многочлена. Производная многочлена.

**Модуль 8. Многочлены от нескольких переменных:**

Кольцо многочленов от нескольких переменных. Симметрические многочлены. Результант многочленов. Формулы Кардано и Феррари.

**Модуль 9. Экзамен:**

Повторение и систематизация материала.

**5.2. Содержание дисциплины: Лекции (52 ч.) Модуль 1. Линейные пространства (8 ч.)**

Тема 1. Линейные пространства (2 ч.)

Определение линейного пространства. Линейная зависимость и независимость. Базис в линейном пространстве. Теорема о разложении вектора по базису

Тема 2. Базис в сумме и пересечении линейных подпространств (2 ч.)

Определение линейного подпространства. Сумма линейных подпространств. Нахождение базиса в сумме линейных подпространств. Пересечение линейных подпространств. Базис в пересечении линейных подпространств.

Тема 3. Матрица перехода к новому базису. Преобразование координат вектора при переходе к новому базису (2 ч.)

Координаты вектора. Нахождение координат вектора. Матрица замены базиса. Замена матрицы координат вектора при замене базиса.

Тема 4. Линейные операторы (2 ч.)

Матрица линейного оператора. Геометрические линейные операторы, построение их матриц. Изменение матрицы линейного оператора при замене базиса

**Модуль 2. Основные алгебраические структуры (8 ч.)**

Тема 5. Группы (2 ч.)

Определение группы. Примеры групп: группа подстановок, матричные группы, функциональные группы

Тема 6. Подгруппы (2 ч.)

Понятие подгруппы. Факторгруппы. Факторизация группы по подгруппе. Нормальная подгруппа

Тема 7. Комплексные числа (2 ч.)

Понятие комплексного числа. Действия над комплексными числами. Различные формы записи комплексного числа. Действия над числами в различной форме записи

Тема 8. Тригонометрическая форма записи комплексного числа (2 ч.)

Действия над числами в тригонометрической форме. Формула Муавра. Группа корней й степени из комплексного числа

**Модуль 3. Экзамен (2 ч.)**

Тема 9. Обобщение изученного материала по 2 семестру (2 ч.)

Обобщение и систематизация изученного материала по 2 семестру. Подготовка к экзамену

**Модуль 4. Теория делимости (8 ч.)**

Тема 10. кольцо целых чисел (2 ч.)

Идеалы кольца целых чисел. кольцо главных идеалов. Каноническое разложение числа на простые множители

Тема 11. НОД и НОК целых чисел (2 ч.)

Алгоритм Евклида. Нахождение НОД и НОК с помощью алгоритма Евклида.Решение уравнений в целых числах

Тема 12. Подходящие и цепные дроби (2 ч.)

Подходящие дроби. Цепные дроби. Представление десятичных дробей подходящими

Тема 13. Признаки делимости (2 ч.)

Вывод и доказательство признаков делимости. Универсальный признак делимости.

**Модуль 5. Теория сравнений (10 ч.)**

Тема 14. Понятие сравнения (2 ч.)

Определение сравнения. Рещение сравнений с помощью таблиц Кэли. Структура множества решений сравнения первой степени

Тема 15. Сравнения высших степеней. (2 ч.)

Понятие сравнения высшего порядка. Решеие сравнений высших порядков. Индексы

Тема 16. Системы сравнений (2 ч.)

Системы сравнений по одному модулю. Системы сравнений по разным модулям.

Тема 17. Теоремы Эйлера и Ферма (2 ч.)

Теорема Эйлера. Теорема Ферма. Теорема Вильсона.

Тема 18. Обобщение изученного материала по 2 семестру (2 ч.)

Обобщение изученного материала по 3 семестру. Подготовка к экзамену

**Модуль 7. Многочлены от одной переменной (8 ч.)**

Тема 19. Кольцо многочленов от одной переменной (2 ч.)

Построение кольца многочленов от одной переменной. Кольцо многочленов от одной переменной.

Тема 20. Теорема о делении с остатком в кольце многочленов (2 ч.)

Теорема о делении с остатком в кольце многочленов. Алгоритм Евклида. Каноническое разложение многочленов

Тема 21. Метод отделения корней многочлена (2 ч.)

Теорема о количестве корней многочлена на промежутке. Метод Штурма. Теорема Штурма

Тема 22. Производная многочлена (2 ч.)

Понятие производной многочлена. Метод отделения кратных корней. Использование производной

**Модуль 8. Многочлены от нескольких переменных (8 ч.)**

Тема 23. Кольцо многочленов от нескольких переменных (2 ч.)

Кольцо многочленов от одной переменных. Существование кольца многочленов

Тема 24. Симметрические многочлены (2 ч.)

Основная теорема о симметрических многочленах. Доказательство лемм о симметрических многочленах.

Тема 25. Результант многочленов (2 ч.)

Результант многочленов. Применение к решению систем уравнений

Тема 26. Формулы Кардано и Феррари (2 ч.)

Формулы решения уравнений 3й и 4й степеней

**5.3. Содержание дисциплины: Практические (70 ч.)**

**Модуль 1. Линейные пространства (18 ч.)**

Тема 1. Базисы в сумме и пересечении линейных подпространств (2 ч.)

Алгоритм нахождения базиса в сумме и пересечении линейных пространств, заданных линейными оболочками

Тема 2. Ранг матрицы (2 ч.)

Ранг матрицы. Ранг системы векторов. Теорема Кронекера -Капелли. Обратная матрица методом алгебраических дополнений

Тема 3. Линейное отображение (2 ч.)

Линейное отображение. Запись матрицы линейного отображения и линейного оператора.

Тема 4. Ядро и образ линейного оператора (2 ч.)

Вычислить ядро и образ линейного оператора, заданного матрицей.

Тема 5. Замена базиса с линейном пространстве (2 ч.)

Замена базиса в линейном пространстве. изменение матриц координат вектора при замене базиса

Тема 6. изменение матрицы при замене базиса (2 ч.)

Изменение матрицы при замене базиса

Тема 7. Геометрические операторы (2 ч.)

Получение матрицы линейных операторов по геометрическому описанию

Тема 8. Контрольная работа по теме Линейные пространства (2 ч.)

Выполнение контрольной работы по теме "Линейные операторы и линейные пространства

Тема 9. Собственные числа и собственные векторы линейного оператора (2 ч.)

Нахождение собственных чисел и собственных векторов линейного оператора. Характеристическое уравнение.

**Модуль 2. Основные алгебраические структуры (18 ч.)**

Тема 10. Понятие группы. (2 ч.)

Понятие группы. Примеры групп. проверка групповых свойств. Таблица Кэли

Тема 11. Группа подстановок. Подгруппа (2 ч.)

Понятие подгрупппы. Описание групп

Тема 12. Кольца. Примеры колец (2 ч.)

Кольцо. Примеры колец. Коммутативные кольца. Некоммутативные кольца. Подкольцо. Идеалы колец

Тема 13. Поле. Примеры полей. (2 ч.)

Поле. Операции в поле. Обратимость элемента. Доказательство свойств поля

Тема 14. Поле комплексных чисел (2 ч.)

Поле комплексных чисел. Действия над числами в алгебраической форме

Тема 15. Тригонометрическая форма записи комплексного числа (2 ч.)

Тригонометрическая форма записи комплексного числа. действия нал числами в тригонометрической форме

Тема 16. Корни из комплексного числа (2 ч.)

Формула Муавра. Корни из комплексного числа. группа корней -ой степени из 1. Изоморфизм и свойства группы. Первообразные корни

Тема 17. Матричное представление комплексных чисел (2 ч.)

Матричное представление комплексных чисел. Изоморфизм

Тема 18. Контрольная работа (2 ч.)

Контрольная работа пол теме "Комплексные числа"

**Модуль 4. Теория делимости (8 ч.)**

Тема 19. Теория делимости (2 ч.)

Признаки делимости. Деление с остатком. Алгоритм Евклида

Тема 20. НОК и НОД (2 ч.)

Нахождение НОД и НОК целых чисел с помощью алгоритма Евклида. каноническое разложение. Нахождение НОД и НОК с помощью канонического разложения

Тема 21. Подходящие и цепные дроби (2 ч.)

Подходящие дроби. алгоритм получения числителя и знаменателя подходящей дроби. Применение к решению задач

Тема 22. контрольная работа (2 ч.)

контрольная работа по теме "Теория делимости"

**Модуль 5. Теория сравнений (8 ч.)**

Тема 23. сравнения (2 ч.)

Сравнение. Методы решения сравнений первой степени

Тема 24. системы сравнений (2 ч.)

Решение систем сравнений методом Гаусса Решений сравнений по формулам Крамера

Тема 25.Системы сравнений по разным модулям (2 ч.)

Решение сравнений по разным модулям. Решение сравнений высших порядков

Тема 26. Сравнения высших порядков (2 ч.)

Методы решения сравнений высших порядков. Теория индексов

**Модуль 6. Экзамен (2 ч.)**

Тема 27. Обобщение и систематизация материала (2 ч.)

Обобщение и систематизация материала по 4 семестру

**Модуль 7. Многочлены от одной переменной (8 ч.)**

Тема 28. Многочлены от одной переменной (2 ч.)

Понятие многочлена от одной переменной. Корень многочлена. Теорема Безу

Тема 29. Многочлены третьей и четвертой степеней (2 ч.)

нахождение корней многочленов третьей и четвертой степеней по формулам Кардано и Феррари

Тема 30. Кратные корни (2 ч.)

Кратные корни многочлена. Производные многочлена

Тема 31. Схема Горнера (2 ч.)

Применение схемы Горнера к нахождению значений выражения

**Модуль 8. Многочлены от нескольких переменных (6 ч.)**

Тема 32. Многочлены от нескольких переменных (2 ч.)

Понятие многочлена от нескольких переменных

Тема 33. Симметрические многочлены (2 ч.)

Понятие симметрического многочлена. Элементарные симметрические многочлены. Теорема Виета. Выражение симметрического многочлена через элементарные симметрические

Тема 34. Результант полиномов (2 ч.)

Вычисление результанта. Применение результанта к решению систем и задач с параметром

**Модуль 9. Экзамен (2 ч.)**

Тема 35. Повторение и систематизация материала (2 ч.)

Систематизация материала по 4 семестру. Подготовка к экзамену

## 6. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

### 6.1 Вопросы и задания для самостоятельной работы

**Второй семестр (70 ч.)**

**Модуль 1. Линейные пространства (35 ч.)**

Вид СРС: Подготовка к тестированию

Повторение и систематизация теоретического и практического материала модуля

Вид СРС: Подготовка к контрольной работе

Подготовка к контрольной работе по теме "Линейные пространства"

Вид СРС: Выполнение индивидуальных заданий

Выполнение индивидуального домашнего задания по теме "Линейные пространства

**Модуль 2. Основные алгебраические структуры (35 ч.)**

Вид СРС: Подготовка к тестированию

Повторение и систематизация теоретического и практического материала модуля

Вид СРС: Подготовка к контрольной работе

Подготовка к контрольной работе по теме "Комплексные числа"

Вид СРС: Выполнение индивидуальных заданий

Выполнение индивидуального домашнего задания по теме "Группы."

**Третий семестр (24 ч.)**

**Модуль 4. Теория делимости (12 ч.)**

Вид СРС: Подготовка к тестированию

Повторение и систематизация теоретического и практического материала модуля

Вид СРС: Подготовка к контрольной работе

Подготовка к контрольной работе по теме "Теория делимости"

Вид СРС: Выполнение индивидуальных заданий

Выполнение индивидуального задания по теме "Признаки делимости"

**Модуль 5. Теория сравнений (12 ч.)**

Вид СРС: Подготовка к тестированию

Повторение и систематизация теоретического и практического материала модуля

Вид СРС: Подготовка к контрольной работе

Подготовка к контрольной работе по теме "Теория сравнений"

Вид СРС: Выполнение индивидуальных заданий

Выполнение индивидуального задания по теме "Теория сравнений"

**Четвертый семестр (20 ч.)**

**Модуль 7. Многочлены от одной переменной (10 ч.)**

Вид СРС: Подготовка к тестированию

Повторение и систематизация теоретического и практического материала модуля

Вид СРС: Подготовка к контрольной работе

Подготовка к контрольной работе по теме "Многочлены от одной переменной"

Вид СРС: Выполнение индивидуальных заданий

Выполнение индивидуального домашнего задания по теме "Многочлены от одной переменной"

**Модуль 8. Многочлены от нескольких переменных (10 ч.)**

Вид СРС: Подготовка к тестированию

Систематизация теоретического и практического материала модуля

Вид СРС: Подготовка к контрольной работе

Подготовка к контрольной работе по теме "Многочлены от нескольких переменных"

Вид СРС: Выполнение индивидуальных заданий

Выполнение индивидуального задания по теме "Многочлены от нескольких переменных"

## 7. Тематика курсовых работ(проектов)

Курсовые работы (проекты) по дисциплине не предусмотрены.

## 8. Оценочные средства для промежуточной аттестации

### 8.1. Компетенции и этапы формирования

| Коды компетенций | Этапы формирования | | |
|---|---|---|---|
| | Курс, семестр | Форма контроля | Модули ( разделы) дисциплины |

| | | | |
|---|---|---|---|
| ПК-1 | 1 курс,<br><br>Второй семестр | Экзамен | Модуль 1:<br>Линейные пространства. |
| ПК-9 | 1 курс,<br><br>Второй семестр | Экзамен | Модуль 2:<br>Основные алгебраические структуры. |
| ПК-1 ПК-9 | 1 курс,<br><br>Второй семестр | Экзамен | Модуль 3:<br>Экзамен. |
| ПК-1 | 2 курс,<br><br>Третий семестр | Экзамен | Модуль 4:<br>Теория делимости. |
| ПК-9 | 2 курс,<br><br>Третий семестр | Экзамен | Модуль 5:<br>Теория сравнений. |
| ПК-1 ПК-9 | 2 курс,<br><br>Третий семестр | Экзамен | Модуль 6:<br>Экзамен. |
| ПК-1 | 2 курс,<br><br>Четверты й семестр | Экзамен | Модуль 7:<br>Многочлены от одной переменной. |
| ПК-9 | 2 курс,<br><br>Четверты й семестр | Экзамен | Модуль 8:<br>Многочлены от нескольких переменных. |
| ПК-1 ПК-9 | 2 курс,<br><br>Четверты й семестр | Экзамен | Модуль 9:<br>Экзамен. |

Сведения об иных дисциплинах, участвующих в формировании данных компетенций:

Компетенция ПК-1 формируется в процессе изучения дисциплин:

Методика обучения математике; Методика обучения информатике; Теоретические основы информатики; Математический анализ; Программирование; Элементарная математика; Компьютерные сети; Компьютерная алгебра; Компьютерное моделирование; Математическое моделирование; Компьютерная графика; Информационные системы; Интернет-технологии; Практикум по информационным технологиям; Численные методы; Геометрия; Вводный курс математики; Системы компьютерной математики; Разработка электронных образовательных ресурсов и методика их оценки; Проектирование информационно-образовательной среды; Разработка интерактивного учебного контента; Свободное программное обеспечение в образовании; Исследовательская и проектная деятельность учащихся по информатике; Внеурочная деятельность учащихся по информатике; Современный урок информатики

Элементы функционального анализа; Элементы математического анализа в комплексной области Геометрические и физические приложения определенного интеграла ;Технология обучения учащихся решению математических задач; Технология обучения математическим доказательствам в школе; Технология работы с теоремой в обучении математике; Защита информации в компьютерных сетях; Информационная безопасность в образовании

Криптографические основы безопасности; Решение задач по криптографии; Моделирование в системах динамической математики; Применение систем динамической математики в образовании; Аналитические вычисления в системах компьютерной математики; Имитационное моделирование; 3D моделирование; Проектирование в системах автоматизированного проектирования; Визуализация и анимация в 3D редакторах; Технологии дополненной и виртуальной реальности; Разработка приложений в Microsoft Visual StudioСвободные инструментальные системы; Вычислительный эксперимент в свободных средах программирования; Технологии разработки мобильных приложений; Методы аксиоматического построения алгебраических систем; Задачи с параметрами и методы их решения; Комбинаторные конструкции и производящие функции; Исследовательская и проектная деятельность в обучении математике;Воспитательная работа в обучении математике; Современный урок математики; Решение задач повышенного уровня сложности по алгебре; Решение задач повышенного уровня сложности по геометрии; Решение задач повышенного уровня сложности по теории вероятностей; Интерактивные технологии обучения математике; Методика обучения учащихся нестандартным методам решения математических задач; Методика подготовки к государственной итоговой аттестации по математике; Методы решения задач по информатике

Решение олимпиадных задач по информатике; Решение геометрических задач средствами компьютерного моделирования; Решение прикладных задач информатики; Методы решения трансцендентных уравнений, неравенств и их систем; Методы решения задач государственной итоговой аттестации по математике; Векторно-координатный метод решения геометрических задач; Общая теория линейных операторов и ее приложение к решению геометрических задач; Элементы конструктивной геометрии в школьном курсе математики; Экстремальные задачи в школьном курсе математики; Исторический подход в обучении математике;Компетентностный подход в обучении математике; Технологический подход в обучении математике; Реализация прикладной направленности в обучении математике ; Методология методики обучения математике; Технология укрупнения дидактических единиц в обучении математике; Современные технологии в обучении математике; Решение задач основного государственного экзамена по математике; Особенности подготовки к единому государственному экзамену по математике на базовом уровне; Оптимизация и продвижение сайтов

Компетенция ПК-9 формируется в процессе изучения дисциплин:

Воспитательная работа в обучении математике, Геометрия, Исследовательская и проектная деятельность в обучении математике, Математический анализ, Решение задач повышенного уровня сложности по алгебре, Решение задач повышенного уровня сложности по геометрии, Решение задач повышенного уровня сложности по теории вероятностей, Современный урок математики.

### 8.2. Показатели и критерии оценивания компетенций, шкалы оценивания

В рамках изучаемой дисциплины студент демонстрирует уровни овладения компетенциями:

Повышенный уровень:

знает и понимает теоретическое содержание дисциплины; творчески использует ресурсы (технологии, средства) для решения профессиональных задач; владеет навыками решения практических задач.

Базовый уровень:

знает и понимает теоретическое содержание; в достаточной степени сформированы умения применять на практике и переносить из одной научной области в другую теоретические знания; умения и навыки демонстрируются в учебной и практической деятельности; имеет навыки оценивания собственных достижений; умеет определять проблемы и потребности в конкретной области профессиональной деятельности.

Пороговый уровень:

понимает теоретическое содержание; имеет представление о проблемах, процессах, явлениях; знаком с терминологией, сущностью, характеристиками изучаемых явлений; демонстрирует практические умения применения знаний в конкретных ситуациях профессиональной деятельности.

Уровень ниже порогового:

имеются пробелы в знаниях основного учебно-программного материала, студент допускает принципиальные ошибки в выполнении предусмотренных программой заданий, не способен продолжить обучение или приступить к профессиональной деятельности по окончании вуза без дополнительных занятий по соответствующей дисциплине.

| Уровень сформированности компетенции | Шкала оценивания для промежуточной аттестации | Шкала оценивания по БРС |
|---|---|---|
| | Экзамен (дифференцированный зачет) | |
| Повышенный | 5 (отлично) | 90 – 100% |
| Базовый | 4 (хорошо) | 76 – 89% |
| Пороговый | 3 (удовлетворительно) | 60 – 75% |
| Ниже порогового | 2 (неудовлетворительно) | Ниже 60% |

Критерии оценки знаний студентов по дисциплине

| Оценка | Показатели |
|---|---|
| Хорошо | Студент демонстрирует знание и понимание основного содержания дисциплины.Экзаменуемый демонстирует владение соновынми методами и приемами, изученными в отчетный период. Уверенно отвечает на дополнительные вопросы. |
| Неудовлетворительно | Студент демонстрирует незнание основного содержания дисциплины, обнаруживая существенные пробелы в знаниях учебного материала, допускает принципиальные ошибки в выполнении предлагаемых заданий; затрудняется делать выводы и отвечать на дополнительные вопросы преподавателя. |

| | |
|---|---|
| Удовлетворительно | Студент имеет представления о содержании изхучаемой дисциплины, владеет основными понятиямии теоремами, изучаемымиит в курсе. Применяет основыне алгритмы, затрудняясь в обосновании выбора и возможно допуская негрубые ошибки. Допускается несколько ошибок в содержании ответа, при этом ответ отличается недостаточной глубиной и полнотой раскрытия темы. |
| Отлично | Студент знает: основные процессы изучаемой предметной области; вычислительные приемы и методы. Экзаменуемый демонстрирует влдаение всеми вычислительгными алгоритмами, может объяснить выбор алгоритма, изменяет путь решения при изменении условия задачи. Полностью и подробно отвечает на дополнительные вопросы Ответ логичен и последователен, отличается глубиной и полнотой раскрытия темы, выводы доказательны. |

**8.3. Вопросы, задания текущего контроля**

Модуль 1: Линейные пространства

ПК-1 готовностью реализовывать образовательные программы по учебным предметам в соответствии с требованиями образовательных стандартов

1. Сформулируйте определение линейного пространства
2. Сформулируйте определение линейного оператора
3. Сформулируйте понятие ранга линейного

оператора Модуль 2: Основные алгебраические структуры

ПК-9 способностью проектировать индивидуальные образовательные маршруты обучающихся

1. Рассмотрите вопрос изучения понятия группы в школьном курсе математики
2. Раскройте возможности изучения действий над комплексными числами в школьном курсе математики
3. Рассмотрите вопросы применения кватернионов как обобщения чисел и при изучении курса физики
4. Рассмотрите вопрос изучения понятия кольца в школьном курсе математики

Модуль 3: Экзамен

ПК-1 готовностью реализовывать образовательные программы по учебным предметам в соответствии с требованиями образовательных стандартов

1. Опишите основные понятия, связанные с линейными пространствами
2. Опишите основные понятия, связанные с алгебраическим структурами

ПК-9 способностью проектировать индивидуальные образовательные маршруты обучающихся

1. Приведите примеры понятий, которые могут быть рассмотрены в школьном курсе математики при углубленном изучении, относящиеся к теме "Линейные пространства"
2. Приведите примеры понятий, которые могут быть рассмотрены в школьном курсе математики при углубленном изучении, относящиеся к теме "Основные алгебраические структуры"

Модуль 4: Теория делимости

ПК-1 готовностью реализовывать образовательные программы по учебным предметам в соответствии с требованиями образовательных стандартов

1. Сформулируйте основные понятия теории делимости
2. Сформулируйте основные методы решения диофантовых уравнений

Модуль 5: Теория сравнений

ПК-9 способностью проектировать индивидуальные образовательные маршруты обучающихся

1. Рассмотрите методы решения уравнений в целых числах и их приложения при обучении математике школьников

2. Опишите возможность применения теории сравнений в школьном курсе

Модуль 6: Экзамен

ПК-1 готовностью реализовывать образовательные программы по учебным предметам в соответствии с требованиями образовательных стандартов

1. Опишите основные понятия теории чисел и теори сравнений, изученные в данном курсе

2. Перечислите основные вычислительные алгоритмы теории чисел и теории делимости, рассмотренные в данном курсе

ПК-9 способностью проектировать индивидуальные образовательные маршруты обучающихся

1. Охарактеризуйте основные понятия теории делимости, которые могут быть использованы при обучении учащихся в школьном курсе и при подготовке к олимпиадам

2. Охарактеризуйте основные понятия теории сравнений, которые могут быть использованы при обучении учащихся в школьном курсе и при подготовке к олимпиадам

Модуль 7: Многочлены от одной переменной

ПК-1 готовностью реализовывать образовательные программы по учебным предметам в соответствии с требованиями образовательных стандартов

1. Сформулируйте понятие наибольшего общего делителя и наименьшего общего кратного многочленов

2. Сформулируйте понятие канонического разложения многочленов

3. Докажите теорему Безу и опишите ее применение к решению задач школьного курса

Модуль 8: Многочлены от нескольких переменных

ПК-9 способностью проектировать индивидуальные образовательные маршруты обучающихся

1. Продемонстрируйте применение теоремы Виета к решению задач школьного курса

2. Опишите применение результанта к решению задач повышенного уровня сложности в школьном курсе

3. Модуль 9: Экзамен

ПК-1 готовностью реализовывать образовательные программы по учебным предметам в соответствии с требованиями образовательных стандартов

1. Охарактеризуйте основные понятия теории многочленов, рассмотренные в 4 семестре

2. Рассмотрите применеие основных вычислительных алгоритмов теории многочленов ( деление с остатком, теорема Безу, ряд Тейлора) при обучении математике учащихся средней школы

ПК-9 способностью проектировать индивидуальные образовательные маршруты обучающихся

1. Охарактеризуйте основные понятия теории многочленов от одной переменной, которые могут быть использованы при обучении учащихся в школьном курсе и при подготовке к олимпиадам

2. Охарактеризуйте основные понятия теории многочленов от нескольких переменных, которые могут быть использованы при обучении учащихся в школьном курсе и при подготовке к олимпиадам

**8.4. Вопросы промежуточной аттестации**

**Второй семестр (Экзамен, ПК-1, ПК-9)**

1. Описать метод нахождения матрицы линейного оператора проекции на плоскость

2. Сформулировать понятие линейного подпространства. Определить понятие ранга

матрицы и системы векторов. Проиллюстрировать примерами

3. Сформулировать понятия операций над линейными пространствами. Проиллюстрировать понятия суммы и пересечения линейных подпространств на примерах

4. Сформулировать и доказать теорему Кронекера-Капелли. Проиллюстрировать применение на примерах

5. Сформулировать понятие линейного отображения. Сформулировать определение ядра линейного отображения. Проиллюстрировать на примерах метод нахождения ядра линейного отображения

6. Сформулировать понятие линейного отображения. Сформулировать определение образа линейного отображения. Проиллюстрировать на примерах метод нахождения образа линейного отображения

7. Сформулировать понятие линейного оператора. Сформулировать определение ядра и образа линейного оператора. Проиллюстрировать понятия ядра и образа на примере геометрического оператора.

8. Сформулировать понятие линейного оператора. Сформулировать определение ядра и образа линейного оператора. Проиллюстрировать нахождения ядра линейного оператора, заданного матрицей.

9. Сформулировать понятие линейного оператора. Сформулировать определение ядра и образа линейного оператора. Проиллюстрировать нахождения образа линейного оператора, заданного матрицей.

10. Сформулировать понятие линейного оператора. Сформулировать понятие матрицы линейного оператора. Описать ее нахождение на примере геометрического линейного оператора.

11. Сформулировать понятие линейного оператора. Сформулировать определение ядра и образа линейного оператора. Доказать теорему о связи размерностей ядра и образа линейного оператора.

12. Описать понятие координат вектора в базисе. Доказать теорему о разложении вектора по базису. Сформулировать понятие матрицы координат вектора в базисе.

13. Сформулировать понятие размерности линейного пространства. Доказать теорему о связи размерностей суммы и пересечения линейных подпространств.

14. Описать операцию замены координат вектора при замене базиса. Выяснить связь между координатами векторов в различных базисах

15. Сформулировать понятие матрицы линейного оператора в базисе. Доказать теорему о замене матрицы линейного оператора при замене базиса в линейном пространстве

16. Сформулировать определение собственных чисел и собственных векторов линейного оператора. Проиллюстрировать эти понятия на примере геометрического оператора

17. Сформулировать определение собственных чисел и собственных векторов линейного оператора. Сформулировать понятие характеристического уравнения. Описать метод нахождения собственных чисел с использованием характеристического уравнения

18. Сформулировать определение собственных чисел и собственных векторов линейного оператора. Описать метод нахождения собственных чисел. Проиллюстрировать примерами

19. Доказать инвариантность характеристического уравнения и собственных чисел для линейного оператора.

20. Определить основные операции над линейными подпространствами. Описать метод нахождения базиса в сумме линейных подпространств.

21. Определить основные операции над линейными подпространствами. Описать метод нахождения базиса в пересечении линейных подпространств.

22. Описать понятие собственного подпространства. Продемонстрировать алгоритм нахождения собственных подпространств в случае простых корней характеристического уравнения

23. Описать понятие собственного подпространства. Продемонстрировать алгоритм нахождения собственных подпространств в случае кратных корней характеристического

уравнения

24. Сформулировать понятие инвариантного подпространства относительно действия линейного оператора. Провести сравнение с понятием собственного подпространства. Проиллюстрировать примерами

25. Сформулировать понятие алгебраической и геометрической кратности собственного числа. Привести примеры.

26. Определить понятие группы. Описать основные свойства группы. Ввести терминологию. Привести примеры групп.

27. Описать понятие порядка группы. Привести примеры группы конечного и бесконечного порядка. Привести примеры подгрупп

28. Определить понятия кольца. Описать и доказать свойства колец. Привести примеры различных видов колец.

29. Описать понятие делителей нуля в кольце. Привести примеры колец с делителями нуля.

30. Описать понятие поля. Выделить понятия аддитивной и мультипликативной группы поля. Привести примеры полей.

31. Рассмотреть построение таблицы Кэли на примере групп подстановок. Проиллюстрировать на данном примере нахождение обратного элемента, подгрупп, описание свойств группы по таблице Кэли

32. Рассмотреть построение таблицы Кэли на примере групп симметрий правильного многоугольника. Проиллюстрировать на данном примере нахождение обратного элемента, подгрупп, описание свойств группы по таблице Кэли.

33. Сформулировать понятие подгруппы. Сформулировать и доказать теорему Лагранжа о порядке подгруппы конечной группы. Проиллюстрировать на примерах

34. Сформулировать понятие симметризации. Построить поле комплексных чисел методом пар.

35. Определить понятие поля частных. Привести пример поля частных

36. Сформулировать понятие изоморфизма алгебраической структуры. Привести примеры изоморфизма колец, полей, групп.

37. Определить понятие отношения эквивалентности, факторизации, смежных классов. Проиллюстрировать это понятие примерами из теории групп.

38. Сформулировать определение нормальной подгруппы. Продемонстрировать построение факторгруппы.

39. Сформулировать понятие алгебраической формы записи комплексного числа. Определить действия над комплексными числами в алгебраической форме.

40. Описать геометрическое представление комплексных чисел. Сформулировать понятие модуля комплексного числа. Описать его свойства.

41. Сформулировать понятие тригонометрической формы комплексного числа. Доказать формулы перехода от алгебраической к тригонометрической форме записи комплексного числа и обратно, связать с геометрическим представлением комплексного числа

42. Сформулировать понятие тригонометрической формы комплексного числа Доказать формулу умножения комплексных чисел в тригонометрической форме.

43. Сформулировать понятие тригонометрической формы комплексного числа. Доказать формулу деления комплексных чисел в тригонометрической форме.

44. Сформулировать понятие тригонометрической формы комплексного числа. Вывести формулу Муавра и формулу корней n-ой степени из комплексного числа.

45. Описать группу комплексных корней из 1. Доказать изоморфизм данной группы с группой симметрий.

46. Сформулировать понятие первообразного корня из единицы. Рассмотреть свойства первообразных корней.

47. Описать матричное представление комплексных чисел. Доказать изоморфизм полей матриц и поля комплексных чисел

48. Сформулировать понятие тела. Описать тело кватернионов. Описать операции в теле

кватернионов.

49. Описать матричное представление кватернионов.

50. Провести сравнительный анализ понятий группа, кольцо, поле, линейное пространство, тело

***Третий семестр (Экзамен, ПК-1, ПК-9)***

1. Описать понятие делителя натурального числа. Сформулировать и доказать теорему о числе натуральных делителей

2. Описать понятие делителя натурально числа. Сформулировать и доказать теорему о сумме натуральных делителей

3. Описать понятие кратного натурального числа. Проиллюстрировать связь между делителями и кратными

4. Описать понятие канонического разложения числа.

5. Описать понятие простого числа. Доказать основные свойства простых чисел

6. Описать понятие наибольшего общего делителя. Описать методы нахождения наибольшего общего делителя

7. Описать понятие наибольшего общего делителя. Описать нахождение с помощью алгоритма Евклида

8. Описать связь между наибольшим общим делителем и наименьшим общим кртаным

9. Доказать теорему о делении с остатком для целых чисел. Проиллюстрировать нахождение неполного частного и остатка для различных случаев. Исследовать теорему о делении с остатком с точки зрения школьного курса.

10. Описать понятие идеала кольца целых чисел. Выделить понятие главного идеала. Доказать теорему о связи этих понятий в кольце целых чисел.

11. Дать определение простых и составных чисел, переформулировать их на языке, доступном школьнику. Сформулировать и доказать основные свойства взаимно простых чисел.

12. Сформулировать понятие канонического разложения числа на простые множители. Описать прием канонического разложения числа на простые множители. Проиллюстрировать примерами

13. Сформулировать понятие делителей числа. Доказать теорему об общем виде делителя числа по его каноническому разложению. Привести примеры

14. Сформулировать понятие делителей числа. Доказать теорему о количестве делителей натурального числа. Проиллюстрировать применение теоремы примерами.

15. Сформулировать понятие делителей числа. Доказать теорему о сумме делителей натурального числа. Проиллюстрировать применение теоремы примерами.

16. Сформулировать понятие простого числа. Доказать теорему о бесконечности множества простых чисел. Описать алгоритм построения таблицы простых чисел (решето Эратосфена).

17. Сформулировать понятие наибольший общий делитель, переформулировать на языке, понятном школьнику. Доказать основные свойства наибольшего общего делителя, интерпретировать их применение для вычисления наибольшего общего делителя.

18. Сформулировать понятие наибольший общий делитель, переформулировать на языке, понятном школьнику. Исследовать способ вычисления наибольшего общего делителя с помощью канонического разложения

19. Сформулировать понятие наименьшего общего кратного, переформулировать на языке, понятном школьнику. Исследовать способ вычисления наименьшего общего кратного с помощью канонического разложения

20. Сформулировать понятие наименьшего общего кратного, переформулировать на языке, понятном школьнику. Доказать основные свойства наименьшего общего кратного. Доказать теорему о связи наибольшего общего делителя и наименьшего общего кратного.

21. Определить алгоритм Евклида. Проиллюстрировать его применение для нахождения наибольшего общего делителя.

22. Сформулировать понятие конечной цепной дроби. Исследовать применение алгоритма

Евклида для разложения рационального числа в цепную дробь

23. Рассмотреть понятие подходящих дробей, обосновать алгоритм нахождения числителей и знаменателей подходящих дробей.

24. Рассмотреть понятие подходящих дробей, исследовать их применение к сокращению рациональных чисел и к оценке точности приближения иррационального числа рациональной дробью.

25. Сформулировать и доказать теорему о разложимости наибольшего общего делителя двух чисел в виде линейной комбинации. Описать метод нахождения коэффициентов разложения.

26. Дать понятие сравнения. Описать основные свойства сравнений и проиллюстрировать их применение к решению сравнений

27. Сформулировать понятие полной системы вычетов. Рассмотреть свойства классов вычетов, необходимые для построения кольца классов вычетов. Описать кольцо классов вычетов

28. Рассмотреть приведенную систему вычетов. Соотнести понятие приведенной системы вычетов с полной системой и с понятием мультипликативной группы кольца

29. Описать мультипликативную группу кольца Zn. Классифицировать кольца Zn по модулю

30. Выявить условие, при котором кольцо вычетов является полем. Обосновать это утверждение.

31. Дать определение понятия сравнения. Доказать свойства сравнений, имеющих одинаковый модуль.

32. Дать определение понятия сравнения. Доказать свойства сравнений, имеющих разные модули.

33. Описать множество решений сравнения, имеющего составной модуль, использовав понятия сравнения по простому модулю.

34. Дать определение функции Эйлера. Рассмотреть понятие мультипликативной функции. Доказать мультипликативность функции Эйлера.

35. Дать определение функции Эйлера. Вывести формулу для вычисления функции Эйлера по каноническому разложению числа.

36. Сформулировать и доказать теоремы Эйлера и Ферма. Проиллюстрировать их применение при решении сравнений.

37. Установить связь между степенью и числом решений сравнения. Классифицировать сравнения первой степени по числу решений

38. Описать метод решения сравнения первой статьи с помощью таблицы Кэли. Рассмотреть различные случаи

39. Описать метод решения сравнений по большому модулю с использованием подходящих дробей

40. Описать метод Гаусса решения систем сравнений по простому модулю. Проиллюстрировать примерами

41. Описать метод Крамера решения систем сравнений по одному модулю. Проиллюстрировать примерами

42. Описать решение систем сравнений по различным модулям. Проиллюстрировать примерами

43. Описать методы решения сравнений высших степеней. Привести примеры.

44. Сформулировать и доказать терему Вильсона

45. Сформулировать понятие канонического разложения числа на простые множители. Описать прием канонического разложения числа на простые множители. Проиллюстрировать примерами

46. Дать определение понятия сравнения. Доказать свойства сравнений, имеющих разные модули.

47. Сформулировать и доказать теоремы Эйлера и Ферма. Проиллюстрировать их применение при решении сравнений.

48. Дать определение простых и составных чисел, переформулировать их на языке,

доступном школьнику. Сформулировать и доказать основные свойства взаимно простых чисел.

49. Дать определение функции Эйлера. Рассмотреть понятие мультипликативной функции. Доказать мультипликативность функции Эйлера.

50. Сформулировать понятие наибольший общий делитель, переформулировать на языке, понятном школьнику. Исследовать способ вычисления наибольшего общего делителя с помощью канонического разложения

**Четвертый семестр (Экзамен, ПК-1, ПК-9)**

1. Опишите построение кольца многочленов от одной переменной понятия простого трансцендентного расширения коммутативного кольца.

2. Сформулируйте и докажите теорему о существовании простого трансцендентного расширения коммутативного кольца.

3. Сформулируйте и докажите теорему об изоморфизме колец полиномов.

4. Сформулируйте понятие степени полинома, свяжите его с определением степени, формируемым в школьном курсе, докажите основные свойства степени полинома.

5. Проведите сравнительную характеристику алгебраического и функционального равенства полиномов, установить связь с математическим анализом.

6. Сформулируйте и докажите терему Безу. Проиллюстрируйте ее применение.

7. Сформулируйте и докажите теорему о наибольшем количестве корней полинома в области целостности.

8. Сформулируйте и докажите теорему о делении с остатком в кольце многочленов, проведите сравнительный анализ с аналогичной теоремой для целых чисел.

9. Опишите понятие алгоритма Евклида для многочленов, доказать его конечность.

10. Сформулировать понятие наибольшего общего делителя многочленов. Описать нахождение наибольшего общего делителя с помощью алгоритма Евклида.

11. Сформулируйте понятие наименьшего общего кратного многочленов. Опишите нахождение наименьшего общего кратного с помощью алгоритма Евклида

12. Сформулируйте понятие неприводимого многочлена над кольцом, провести сравнение с понятием простого числа. Сформулируйте понятие канонического разложения многочлена на неприводимые множители, провести сравнение с аналогичными понятиями в теории чисел. Докажите теорему о единственности разложения

13. Сформулируйте понятие канонического разложения многочлена на неприводимые множители, проведите сравнение с аналогичными понятиями в теории чисел. Опишите применение канонического разложения для нахождения НОДа и НОКа полиномов.

14. Сформулируйте понятие формальной производной многочлена. Рассмотрите связь этого понятия с аналогичным понятием в математическом анализе. Приведите пример использования данного понятия для отделения кратных корней многочлена

15. Сформулируйте алгоритм построения схемы Горнера. Приведите пример ее использования для деления многочлена на двучлен и определения значения многочлена в точке.

16. Рассмотрите формулу Тейлора для многочленов, проведите сравнительный анализ с данной формулой в математическом анализе. Опишите применение схемы Горнера для разложения многочлена по степеням двучлена.

17. Рассмотрите метод решения уравнения третьей степени. Исследуйте возможность использования данного метода в школьном курсе

18. Исследуйте структуру множества решений кубического уравнения с действительными коэффициентами. Докажите теорему о зависимости структуры множества решений от дискриминанта

19. Рассмотрите метод решения уравнения четвертой степени. Исследуйте возможность использования данного метода в школьном курсе.

20. Рассмотрите метод решения уравнения четвертой степени. Исследуйте возможность использования данного метода в школьном курсе.

21. Рассмотрите многочлены над вещественным полем. Опишите все неприводимые над данным полем многочлены. Доказать теорему о неприводимых над полем вещественных чисел многочленах.

22. Рассмотрите многочлены над вещественным полем. Докажите теорему о сопряженности корней полинома над вещественным полем

23. Сформулировать и доказать основную теорему алгебры. Описать все неприводимые над полем комплексных чисел многочлены.

24. Рассмотреть многочлены над полем рациональных чисел. Сформулировать и доказать критерий Эйзенштейна неприводимости многочленов над полем рациональных чисел. Рассмотреть применение данного критерия при решении задач школьного курса

25. Описать построение кольца многочленов от нескольких переменных. Сформулировать понятие алгебраической независимости элементов кольца. Рассмотреть связь с понятием трансцендентного элемента.

26. Описать построение кольца многочленов от нескольких переменных. Рассмотреть понятие кратного трансцендентного расширения и доказать существование такого расширения для коммутативного кольца.

27. Сформулировать и доказать теорему об изоморфизме колец многочленов от нескольких переменных над изоморфными кольцами

28. Сформулировать понятие нормального представления многочлена и степени полинома от нескольких переменных. Сравнить эти понятия с аналогичными для многочленов от одной переменной.

29. Сформулировать и доказать необходимое и достаточное условие существования нетривиального НОДа двух многочленов. Сформулировать понятие результанта.

30. Сформулировать и доказать необходимое и достаточное условие существования нетривиального НОДа двух многочленов. Сформулировать понятие результанта.

31. Рассмотреть применение результанта к исключению неизвестных из систем. Проиллюстрировать на примерах из школьного курса.

32. Сформулировать понятие лексико-графического упорядочения многочленов. Ввести понятие высшего члена полинома.

33. Сформулировать и доказать лемму о высшем члене произведения полиномов..

34. Сформулировать понятие симметрического полинома. Рассмотреть основные леммы о симметрических полиномах. Доказать первую лемму ( о равенстве высших членов полиномов).

35. Сформулировать понятие симметрического полинома. Рассмотреть основные леммы о симметрических полиномах. Доказать вторую лемму.

36. Сформулировать понятие симметрического полинома. Рассмотреть основные леммы о симметрических полиномах. Доказать третью лемму ( о конечности убывающей последовательности полиномов).

37. Сформулировать понятие симметрического полинома. Рассмотреть основные леммы о симметрических полиномах. Доказать третью лемму ( о конечности убывающей последовательности полиномов).

38. Сформулировать и доказать основную теорему о симметрических многочленах.

39. Сформулировать и доказать теорему Виета для полиномов. Рассмотреть ее применение к решению задач школьного курса.

40. Сформулировать и доказать теорему о связи полиномов Штурма с количеством корней полинома на промежутке. Рассмотреть связь данной теоремы с численными методами решения уравнений и решением задач школьного курса и ЕГЭ

41. Рассмотреть построение системы полиномов Штурма. Выяснить основные свойства полиномов Штурма.

42. Описать понятие системы полиномов Штурма. Рассмотреть метод отделения корней полиномов с помощью системы Штурма

43. Сформулируйте теорему о целых и рациональных корнях полинома с целым

коэффициентами.

44. Описать построение кольца многочленов от нескольких переменных. Сформулировать понятие алгебраической независимости элементов кольца. Рассмотреть связь с понятием трансцендентного элемента.

45. Сформулируйте понятие формальной производной многочлена. Рассмотрите связь этого понятия с аналогичным понятием в математическом анализе. Приведите пример использования данного понятия для отделения кратных корней многочлена

46. Сформулируйте и докажите теорему о существовании простого трансцендентного расширения коммутативного кольца

47. Сформулировать и доказать теорему о связи полиномов Штурма с количеством корней полинома на промежутке. Рассмотреть связь данной теоремы с численными методами решения уравнений и решением задач школьного курса и ЕГЭ

48. Сформулировать понятие симметрического полинома. Рассмотреть основные леммы о симметрических полиномах. Доказать первую лемму ( о равенстве высших членов полиномов).

49. Описать построение кольца многочленов от нескольких переменных. Рассмотреть понятие кратного трансцендентного расширения и доказать существование такого расширения для коммутативного кольца.

50. Описать построение кольца многочленов от нескольких переменных. Рассмотреть понятие кратного трансцендентного расширения и доказать существование такого расширения для коммутативного кольца.

**8.5.** ***Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций***

Промежуточная аттестация проводится в форме экзамена

Экзамен по дисциплине или ее части имеет цель оценить сформированность общекультурных, профессиональных и специальных компетенций, теоретическую подготовку студента, его способность к творческому мышлению, приобретенные им навыки самостоятельной работы, умение синтезировать полученные знания и применять их при решении практических задач.

При балльно-рейтинговом контроле знаний итоговая оценка выставляется с учетом набранной суммы баллов.

Устный ответ на экзамене

При определении уровня достижений студентов на экзамене необходимо обращать особое внимание на следующее:

– дан полный, развернутый ответ на поставленный вопрос;

– показана совокупность осознанных знаний об объекте, проявляющаяся в свободном оперировании понятиями, умении выделить существенные и несущественные его признаки, причинно-следственные связи;

– знание об объекте демонстрируется на фоне понимания его в системе данной науки и междисциплинарных связей;

– ответ формулируется в терминах науки, изложен литературным языком, логичен, доказателен, демонстрирует авторскую позицию студента;

– теоретические постулаты подтверждаются примерами из практики.

Тесты

При определении уровня достижений студентов с помощью тестового контроля необходимо обращать особое внимание на следующее:

– оценивается полностью правильный ответ;

– преподавателем должна быть определена максимальная оценка за тест, включающий определенное количество вопросов;

– преподавателем может быть определена максимальная оценка за один вопрос теста;

– по вопросам, предусматривающим множественный выбор правильных ответов, оценка определяется исходя из максимальной оценки за один вопрос теста.

Письменная контрольная работа

Виды контрольных работ: аудиторные, домашние, текущие, экзаменационные, письменные, графические, практические, фронтальные, индивидуальные.

Система заданий письменных контрольных работ должна:

– выявлять знания студентов по определенной дисциплине (разделу дисциплины);
– выявлять понимание сущности изучаемых предметов и явлений, их закономерностей;
– выявлять умение самостоятельно делать выводы и обобщения;
– творчески использовать знания и навыки.

Требования к контрольной работе по тематическому содержанию соответствуют устному ответу.

Также контрольные работы могут включать перечень практических заданий.

## 9. Перечень основной и дополнительной учебной литературы

**Основная литература**

1. Кочетова, Ю. В. Алгебра. Конечномерные пространства. Линейные операторы [Электронный ресурс] : курс лекций / Ю. В. Кочетова, Е. Е. Ширшова. - М. : МПГУ; Издательство «Прометей», 2013. - 80 с. - Режим доступа: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=275016

2. Никонова, Н. В. Краткий курс алгебры и геометрии: примеры, задачи, тесты [Электронный ресурс] : учебное пособие / Н. В. Никонова, Н. Н. Газизова, Г. А. Никонова. - Казань : Издательство КНИТУ, 2014. - 100 с. - Режим доступа: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=428767

3. Никонова, Н. В. Основные понятия алгебры в вопросах и задачах [Электронный ресурс] : учебное пособие / Н. В. Никонова, Г. А. Никонова. - Казань : Издательство КНИТУ, 2014. - 83 с. - Режим доступа: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=428769

**Дополнительная литература**

1. Киселев, А.П. Алгебра / А.П. Киселев. – Москва : Физматлит, 2014. – Ч. 2. – 247 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=457664 (дата обращения: 30.09.2019). – ISBN 978-5-9221-1548-3. – Текст : электронный.

2. Шеина, Г.В. Теория и практика решения задач по алгебре / Г.В. Шеина ; Министерство образования и науки Российской Федерации, Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Московский педагогический государственный университет». – Москва : МПГУ, 2015. – Ч. 2. – 120 с. : ил. – Режим доступа: по подписке. – URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=471250 (дата обращения: 30.09.2019). – Библиогр. в кн. – ISBN 978-5-4263-0218-1. – Текст электронный.

## 10. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

1. http://www.matburo.ru/st_subject.php?p=ma - Математический анализ: учебники, лекции сайты, примеры

В данном разделе предлагаются ссылки на лучшие материалы по математическому анализу.

2. http://www.allmath.ru/mathan.htm - Вся математика в одном месте. Это математически портал, на котором можно найти любой материал по математическим дисциплинам. Здесь представлены школьная, высшая, прикладная, олимпиадная математика.

3. http://eqworld.ipmnet.ru/ - « Мир математических уравнений» – учебно-образовательна физико-математическая библиотека

## 11. Методические указания обучающимся по освоению дисциплины (модуля)

При освоении материала дисциплины необходимо:

– спланировать и распределить время, необходимое для изучения дисциплины;

– конкретизировать для себя план изучения материала;
– ознакомиться с объемом и характером внеаудиторной самостоятельной работы для полноценного освоения каждой из тем дисциплины.

Сценарий изучения курса:
– проработайте каждую тему по предлагаемому ниже алгоритму действий;
– изучив весь материал, выполните итоговый тест, который продемонстрирует готовность к сдаче зачета.

Алгоритм работы над каждой темой:
– изучите содержание темы вначале по лекционному материалу, а затем по другим источникам;
– прочитайте дополнительную литературу из списка, предложенного преподавателем;
– выпишите в тетрадь основные категории и персоналии по теме, используя лекционный материал или словари, что поможет быстро повторить материал при подготовке к зачету;
– составьте краткий план ответа по каждому вопросу, выносимому на обсуждение на лабораторном занятии;
– выучите определения терминов, относящихся к теме;
– продумайте примеры и иллюстрации к ответу по изучаемой теме;
– подберите цитаты ученых, общественных деятелей, публицистов, уместные с точки зрения обсуждаемой проблемы;
– продумывайте высказывания по темам, предложенным к лабораторному занятию.

Рекомендации по работе с литературой:
– ознакомьтесь с аннотациями к рекомендованной литературе и определите основной метод изложения материала того или иного источника;
– составьте собственные аннотации к другим источникам на карточках, что поможет при подготовке рефератов, текстов речей, при подготовке к зачету;
– выберите те источники, которые наиболее подходят для изучения конкретной темы.

## 12. Перечень информационных технологий

Реализация учебной программы обеспечивается доступом каждого студента к информационным ресурсам – электронной библиотеке и сетевым ресурсам Интернет. Для использования ИКТ в учебном процессе используется программное обеспечение, позволяющее осуществлять поиск, хранение, систематизацию, анализ и презентацию информации, экспорт информации на цифровые носители, организацию взаимодействия в реальной и виртуальной образовательной среде.

Индивидуальные результаты освоения дисциплины студентами фиксируются в электронной информационно-образовательной среде университета.

### 12.1 Перечень программного обеспечения

1. Microsoft Windows 7 Pro
2. Microsoft Office Professional Plus 2010
3. 1С: Университет ПРОФ

### 12.2 Перечень информационных справочных систем (обновление выполняется еженедельно)

1. Справочная правовая система «КонсультантПлюс»
2. Информационно-правовая система "ГАРАНТ"

### 12.3 Перечень современных профессиональных баз данных

1. Единое окно доступа к образовательным ресурсам (http://window.edu.ru)
2. Профессиональная база данных «Открытые данные Министерства образования и науки РФ» (http://xn----8sblcdzzacvuc0jbg.xn--80abucjiibhv9a.xn--p1ai/opendata/)

## 13. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Для проведения аудиторных занятий необходим стандартный набор специализированной учебной мебели и учебного оборудования, а также мультимедийное оборудование для демонстрации презентаций на лекциях. Для проведения практических занятий, а также организации самостоятельной работы студентов необходим компьютерный класс с рабочими

местами, обеспечивающими выход в Интернет.

Индивидуальные результаты освоения дисциплины фиксируются в электронной информационно-образовательной среде университета.

Реализация учебной программы обеспечивается доступом каждого студента к информационным ресурсам – электронной библиотеке и сетевым ресурсам Интернет. Для использования ИКТ в учебном процессе необходимо наличие программного обеспечения, позволяющего осуществлять поиск информации в сети Интернет, систематизацию, анализ и презентацию информации, экспорт информации на цифровые носителиУчебные занятия проводятся в следующих аудиториях:

Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.(№ 320 главного учебного корпуса)

Помещение укомплектовано специализированной мебелью и техническими средствами обучения.

Основное оборудование:

Наборы демонстрационного оборудования: автоматизированное рабочее место в составе (учебный мультимедийный комплекс трибуна, гарнитура, проектор, интерактивная доска), магнитно-маркерная доска.

Учебно-наглядные пособия:

Презентации.

Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.( № 102 главного учебного корпуса)

Помещение укомплектовано специализированной мебелью и техническими средствами обучения.

Основное оборудование:

Наборы демонстрационного оборудования: автоматизированное рабочее место в составе (системный блок, монитор, клавиатура, мышь, гарнитура, проектор, интерактивная доска), магнитно-маркерная доска.

Учебно-наглядные пособия: Презентации.

Помещения для самостоятельной работы.

Помещение укомплектовано специализированной мебелью и техническими средствами обучения.

Основное оборудование:

Компьютерная техника с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета (персональный компьютер 10 шт.).

Учебно-наглядные пособия: Презентации.